

物流码



QPG0003469

· 全心全意 品质为真 ·

服务热线：400-0555-100

CONTENTS

重点强化练(一)	不等式的性质与基本不等式
重点强化练(二)	函数图象与性质
重点强化练(三)	函数零点问题
重点强化练(四)	利用导数研究函数的图象和性质
重点强化练(五)	导数的综合应用
重点强化练(六)	三角恒等变换
重点强化练(七)	三角函数的图象与性质
重点强化练(八)	解三角形
重点强化练(九)	等差数列与等比数列
重点强化练(十)	数列递推与数列求和
重点强化练(十一)	空间中的平行与垂直
重点强化练(十二)	空间中的截面问题、折叠与展开问题
重点强化练(十三)	隐圆问题
重点强化练(十四)	焦点三角形与离心率
重点强化练(十五)	焦点弦
重点强化练(十六)	直线与圆锥曲线、圆与圆锥曲线
重点强化练(十七)	随机变量及其分布
重点强化练(十八)	概率分布中的决策类问题

增分加练
数学
BS



绿色印刷产品

印刷质检码20267200



一、选择题: 本题共 8 小题. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是正确的.

1. [2025·河北保定二模] 已知 x, y 是非零实数, 则 $\frac{y^2}{x^2} + \frac{9x^2}{y^2}$ 的最小值为 ()

A. 6 B. 12
C. 2 D. 4

2. [2025·山西临汾二模] 若 $3 \leq a \leq 5, -2 \leq b \leq 1$, 则 $2a - b$ 的取值范围是 ()

A. $[8, 9]$ B. $[4, 8]$
C. $[5, 8]$ D. $[5, 12]$

3. [2025·北京十一学校模拟] 已知 $x > y$, 则一定有 ()

A. $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$
B. $x^2 > y^2$
C. $x|x| > y|y|$
D. $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^y$

4. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 $-\frac{1}{a} - \frac{4}{b}$ 的最大值为 ()

A. -9 B. -7
C. -5 D. -3

5. [2025·江西上进联考 5 月联合测评] 在生物界中, 部分昆虫会通过向后跳跃的方式来躲避偷袭的天敌. 已知某类昆虫在水平方向上速度为 v (单位: 米/秒) 时的跳跃高度 H (单位: 米) 满足 $v^2 = \frac{4H}{1 - Hv^2}$, 则该类昆虫的最大跳跃高度为 ()

A. 0.25 米 B. 0.5 米
C. 0.75 米 D. 1 米

6. [2025·山东济宁检测] 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $xy + 2y^2 - 36 = 0$, 则 xy^2 的最大值为 ()

A. 12 B. $6\sqrt{6}$
C. 36 D. $24\sqrt{6}$

7. [2025·北京海淀区一模] 已知四个数 $a = \frac{\lg 2 + \lg 5}{2}, b = \sqrt{\lg 2 \cdot \lg 5}, c = \lg 2, d = \lg 5$, 其中最小的是 ()

A. a B. b
C. c D. d

8. [2025·云南昆明质检] 已知 $x > 0, x^2 - 2xy + z^2 = 0, x^2 < yz$, 则 ()

A. $y > z > x$ B. $x > y > z$
C. $y > x > z$ D. $z > x > y$

班级

姓名

答题卡

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

二、选择题：本题共 3 小题。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9. 已知 $a < b < 0, c \in \mathbf{R}$ ，下列不等式不成立的是 ()

A. $ac^2 > bc^2$

B. $\frac{a}{a-c^2} < \frac{b}{b-c^2}$

C. $3^a > 2^b$

D. $\log_2 a^2 > \log_2 b^2$

10. [2025·河北张家口三模] 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，且 $ab = 3$ ，若 $a \in (0, 6]$ ，则 ()

A. $b \in (0, \frac{1}{2}]$

B. $a + b$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$

C. $\frac{2}{a} + \frac{1}{4b}$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $a - 2b$ 的取值范围为 $(-\infty, 5]$

11. [2026·山西大同一调] 设正实数 m, n 满足 $m + n = 1$ ，则下列说法中正确的是 ()

A. $2^{m-n} > \frac{1}{2}$

B. $\sqrt{m} + \sqrt{n}$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. mn 的最大值为 $\frac{1}{4}$

D. $m^2 + n^2$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$

三、填空题：本题共 3 小题。

12. [2025·安徽淮北、淮南二模] 若实数 m 和 n 的等差中项为 1，则 $m^2 + n^2$ 的最小值为 _____。

13. 已知 $x \geq 0, y \geq 0$ ，且 $x + y = 1$ ，则 $\frac{2}{x+3} + \frac{1}{2y+1}$ 的最小值为 _____。

14. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (b > a)$ ，对任意的 $x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 0$ 恒成立，则 $\frac{b-a}{a+b+c}$ 的最大值是 _____。



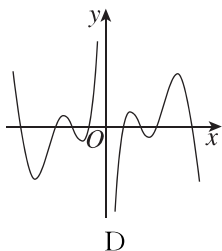
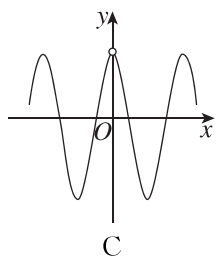
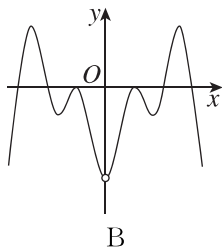
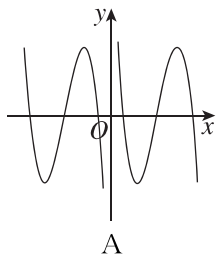


一、选择题: 本题共 8 小题. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是正确的.

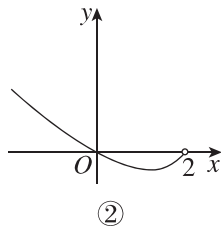
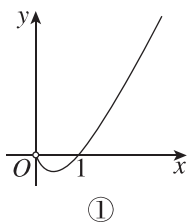
1. 已知函数 $f(x) = \frac{3}{x}$, 则函数 $y = f(x-1) + 1$ 的图象 ()

A. 关于点 $(1, 1)$ 对称
B. 关于点 $(-1, 1)$ 对称
C. 关于点 $(-1, 0)$ 对称
D. 关于点 $(1, 0)$ 对称

2. [2025 · 汕头三模] 函数 $f(x) = \left(x - \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}x$ 的部分图象大致为 ()

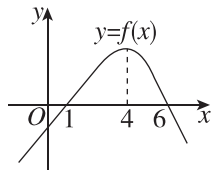


3. 函数 $y = f(x)$ 的图象如图①所示, 则如图②所示的函数图象所对应的函数解析式可能为 ()



A. $y = f(4-2x)$
B. $y = -f(4-2x)$
C. $y = f\left(1 - \frac{1}{2}x\right)$
D. $y = -f\left(1 - \frac{1}{2}x\right)$

4. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的图象如图所示, $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 则 $\frac{f'(x)}{f(x)} > 0$ 的解集为 ()



A. $(1, 6)$
B. $(1, 4)$
C. $(-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$
D. $(1, 4) \cup (6, +\infty)$

5. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \geq |x|$ 且 $f(x) \geq 2^x, x \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 若 $f(a) \leq |b|$, 则 $a \leq b$
B. 若 $f(a) \leq 2^b$, 则 $a \leq b$
C. 若 $f(a) \geq |b|$, 则 $a \geq b$
D. 若 $f(a) \geq 2^b$, 则 $a \geq b$

6. [2025 · 宁波十校模拟] 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, 对任意的 $x \in \left[\frac{1}{3}, \frac{3}{5}\right]$, 都有 $f(x) + f(4x-a) \leq 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 ()
- A. $[1, 4]$ B. $[2, 5]$
C. $[3, 4]$ D. $[3, 5]$

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} h(x) & (x < 0), \\ -\left(\frac{1}{e}\right)^x - 1 & (x \geq 0), \end{cases}$ 将函数 $h(x)$ 的图象向左平移一个单位长度, 再向上平移一个单位长度后得函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象. 若 $f(x+2) < f(x^2)$, 则实数 x 的取值范围是 ()

A. $(-1, 2)$
B. $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$
C. $[-2, -1) \cup (2, +\infty)$
D. $(-\infty, -1] \cup [2, +\infty)$

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5

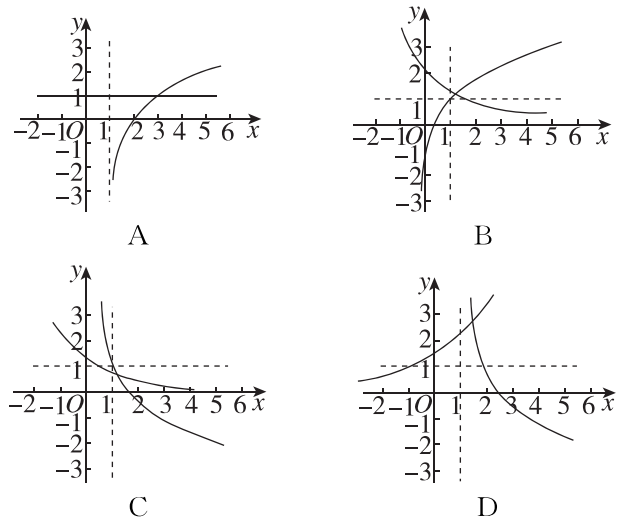
6
7
8
9
10
11
12
13
14

全品高考复习方案 数学 8

8. [2026·徐州检测] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 定义集合 $S = \{x_0 \mid \exists \varepsilon > 0, \forall x \in (x_0 - \varepsilon, x_0), f(x) > f(x_0)\}$. 若 $S = [0, 2]$, 则 ()
- A. $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减
- B. $f(0)$ 是 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的最小值
- C. 存在 $f(x)$, 使得 0 是 $f(x)$ 的极大值点
- D. 存在 $f(x)$, 存在 $x_1 \in (2, +\infty)$, 使得 $f(x_1) \leq f(2)$

二、选择题: 本题共 3 小题. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求.

9. 在同一直角坐标系中, 函数 $f(x) = \log_a(x-b)$, $g(x) = b^{x-a}$ 的图象可能是 ()



10. [2025·绍兴二模] 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{1 + \lambda e^{2x}}$, 则下列说法错误的是 ()
- A. 当 $\lambda = 1$ 时, $f(x)$ 是偶函数, 且在区间 $(0, 1)$ 上单调递增
- B. 当 $\lambda = 1$ 时, $f(x)$ 是奇函数, 且在区间 $(0, 1)$ 上单调递减
- C. 当 $\lambda = -1$ 时, $f(x)$ 是偶函数, 且在区间 $(0, 1)$ 上单调递减
- D. 当 $\lambda = -1$ 时, $f(x)$ 是奇函数, 且在区间 $(0, 1)$ 上单调递增

11. 已知 $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$, 若直线 $x = k (k > 0)$ 与 $f(x)$, $g(x)$ 的图象交点的纵坐标分别为 n, m , 且 $n < 2m$, 则 ()
- A. $n + m < \frac{3\sqrt{2}}{2}$
- B. $n - m < \frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. $n^n > (m+1)^{m+1}$
- D. $n^{m+1} < (m+1)^n$

三、填空题: 本题共 3 小题.

12. 对于 $a, b \in \mathbf{R}$, 记 $\max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b, \\ b, & a < b, \end{cases}$ 则函数 $f(x) = \max\{|x+1|, (\frac{1}{2})^x\}$ 的最小值为 _____.

13. [2025·安徽合肥一六八中学月考] 若函数 $f(x) = |2^x - m| + m$ 在 $(-\infty, 2]$ 上的最大值为 4, 则 m 的取值范围是 _____.

14. [2025·湖北鄂东南联盟 5 月联考] 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 若对 $\triangle ABC$ 的某个内角 θ , 不等式 $f(\sin \theta + \cos \theta + 2\sin \theta \cos \theta) - f(1-m) > 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 _____.



一、选择题: 本题共 8 小题. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是正确的.

1. 已知函数 $f(x) = \ln x + x - \frac{2}{x}$, 则 $f(x)$ 的零点所在的区间为 ()
- A. $(\frac{1}{2}, 1)$ B. $(1, 2)$
C. $(2, e)$ D. $(e, 3)$

2. 已知 a, b, c 均大于 1, 且满足 $\frac{2a-1}{a-1} = 2 + \log_2 a$, $\frac{3b-2}{b-1} = 3 + \log_3 b$, $\frac{4c-3}{c-1} = 4 + \log_4 c$, 则下列不等式成立的是 ()
- A. $c < b < a$ B. $a < b < c$
C. $a < c < b$ D. $c < a < b$

3. 函数 $f(x) = \ln \frac{x-2}{x} + x - 1$ 的所有零点之和为 ()
- A. -2 B. -1
C. 1 D. 2

4. 函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} - 1, & x \leq 0, \\ \log_3 x - 2, & x > 0 \end{cases}$ 的零点是 ()
- A. $(-1, 0), (9, 0)$ B. $-1, 9$
C. $(9, 0)$ D. 9

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 2, \\ 5 - x, & x > 2, \end{cases}$ 若方程 $[f(x)]^2 - (m+1)f(x) + m = 0$ 有 5 个不同的实数根, 则实数 m 的取值范围为 ()
- A. $(0, 1) \cup (1, 3)$ B. $(0, 1)$
C. $[0, 1)$ D. $(1, 3)$

6. 当 $a \geq e$ 时, 函数 $f(x) = e^x + x + \ln x - \ln a - \frac{a}{x}$, $x \in [1, +\infty)$ 的零点的个数为 ()
- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

7. 若不等式 $(|x-a| - b) \sin(\pi x + \frac{\pi}{6}) \leq 0$, $x \in [-1, 1]$ 恒成立, 则 $2a+b =$ ()
- A. $\frac{7}{6}$ B. $\frac{5}{6}$
C. $\frac{5}{3}$ D. 2

8. [2025 · 浙江北斗星盟模拟] 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$, $f(\frac{2}{x}) = -f(2x)$, 当 $x \in [1, 2]$ 时, $f(x) = (x-1)(x-2)$, 则函数 $y = f(x) + \frac{1}{4}$ 在区间 $[1, 100]$ 内的零点个数为 ()
- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

班级	
姓名	

答题卡	
1	
2	
3	
4	
5	

6	
7	
8	
9	
10	

11	
12	
13	
14	

二、选择题：本题共 3 小题。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。

9. [2026·贵阳模拟] 若函数 $y=f(x)-\cos x$ 的零点个数为偶数，则 $f(x)$ 的解析式可以是 ()

- A. $f(x)=x^2$
- B. $f(x)=e^x+e^{-x}$
- C. $f(x)=\cos 2x$
- D. $f(x)=\ln|x|$

10. 已知 $f(x)=m\sin^2 x+\sin^3 x-\sin x, x\in[0, \pi]$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 可能有两个零点
- B. 函数 $f(x)$ 可能有三个零点
- C. 函数 $f(x)$ 可能有四个零点
- D. 函数 $f(x)$ 可能有五个零点

11. [2025·岳阳模拟] 已知函数 $y=3^x$ 的图象上不同的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 到直线 $y=\frac{1}{3}$ 的距离相等，则下列说法错误的是 ()

- A. $x_1 x_2 < 0$
- B. $x_1 + x_2 < -2$
- C. $y_1 y_2 > \frac{1}{9}$
- D. $y_1 + y_2 < 2 \times 3^{\frac{x_1 + x_2}{2}}$

三、填空题：本题共 3 小题。

12. [2025·保定 5 月模拟] 已知函数 $f(x)=e^{x+1}+x-2$ 和 $g(x)=\ln x+x-3$ 的零点分别为 a, b ，则 $a+b=$ _____.

13. [2025·浙江宁波镇海中学模拟] 当 $n\in\mathbf{N}$ ，且 $n\geqslant 3$ 时，函数 $y=\log_{(n-1)} x$ 与 $y=\log_n(x+1)$ 图象的交点个数为_____.

14. [2025·嘉兴二模] 已知函数 $f(x)=\ln x+ax(a>0)$ ，若方程 $f[f(x)]=x$ 在区间 $[2, 4]$ 上有解，则实数 a 的取值范围为_____.

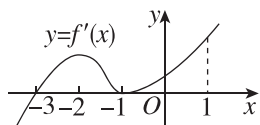


一、选择题: 本题共 8 小题. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是正确的.

1. [2025·河南开封模拟] 若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax^2 + 1$ 在 $x = -4$ 处取得极大值, 则实数 $a =$ ()

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

2. 函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则 ()

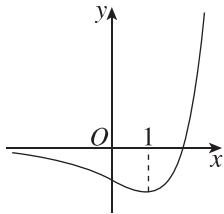


- A. -3 是函数 $y = f(x)$ 的一个零点
B. -1 是函数 $y = f(x)$ 的极小值点
C. -2 是函数 $y = f(x)$ 的极大值点
D. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-3, 1)$ 上单调递增

3. 已知正四棱锥的侧棱长为 $3\sqrt{3}$, 那么当该棱锥的体积最大时, 它的高为 ()

A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

4. [2025·陕西渭南二模] 已知函数 $f(x) = e^x(ax - 1)$ 的大致图象如图所示, 则不等式 $f(x)f'(x) < 0$ 的解集为 ()



- A. $(-2, -1)$ B. $(1, 2)$
C. $(-\frac{1}{2}, 1)$ D. $(2, +\infty)$

5. [2025·苏北七市二调] 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x}, & x \geq 2, \\ kx, & x < 2 \end{cases}$ 有最大值, 则 k 的最大值为 ()

- A. $\frac{\ln 2}{4}$ B. $\frac{\ln 2}{2}$
C. $\frac{1}{2e}$ D. $\frac{1}{e^2}$

6. [2026·重庆八中月考] 若 $a = 16^{\frac{1}{8}}$, $b = e^{\frac{1}{e}}$, $c = 3^{\frac{1}{3}}$, 则 ()
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $b < c < a$ D. $c < b < a$

7. [2025·南昌一模] 我们约定: 若两个函数的极值点个数相同, 并且图象从左到右看, 极大值点和极小值点分布的顺序相同, 则称这两个函数的图象“相似”. 已知 $f(x) = e^x - \frac{1}{2}ex^2 + (x-1)^2$, 则下列给出的函数中, 其图象与 $y = f(x)$ 的图象“相似”的是 ()

- A. $y = x^2$
B. $y = -x^2$
C. $y = x^3 - 3x$
D. $y = -x^3 + 3x$

8. 若存在两个正实数 x, y 使得等式 $x(1 + \ln x) = x \ln y - ay$ 成立 (其中 $\ln x, \ln y$ 是以 e 为底的对数), 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(0, \frac{1}{e^2}]$ B. $(0, \frac{1}{e}]$
C. $(-\infty, \frac{1}{e^2}]$ D. $(-\infty, \frac{1}{e}]$

二、选择题: 本题共 3 小题. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求.

9. 已知函数 $f(x) = (x+1)^2(x-2)$, 则 ()
- A. $f(x)$ 有三个零点
B. $x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点
C. $f(x)$ 的图象关于点 $(0, -2)$ 中心对称
D. 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) > f(x^2)$

10. 若函数 $f(x) = ae^{2x} + be^x + cx$ ($a \neq 0$) 既有极大值也有极小值, 则 ()

- A. $ab < 0$ B. $ac > 0$
C. $b^2 - 8ac > 0$ D. $bc > 0$

11. 已知 $a > 0$, 记函数 $f(x) = e^x + x - a$ 与 $g(x) = \ln x + x - a$ 的零点分别为 x_1, x_2 , 则 ()

- A. $x_1 + x_2 = 0$
B. $x_1 x_2 \geq -\frac{1}{e}$
C. 当 $a \in (1, 2)$ 时, $x_1 \ln x_2 + x_2 \ln x_1 > 0$
D. $a^{2x_1} + a^{2x_2} > 2e^{-\frac{1}{e}}$

三、填空题: 本题共 3 小题.

12. [2025·江苏苏州三模] 若 $f(x) = x(\ln x + a)$ 在 $[1, e]$ 上不单调, 则实数 a 的取值范围是 _____.

班级
姓名

答题卡
1
2
3
4
5

6
7
8
9
10

11
12
13
14

13. [2026·东北三省一区八校联考] 函数 $y = (x+1)e^x$ 的图象过原点的切线方程为_____.

14. [2025·十堰5月模拟] 若函数 $f(x) = \ln x + ax$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上的最大值为 b , 则当 ab 取得最小值时, $a =$ _____.

四、解答题: 本题共3小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. [2025·河北邯郸一模] 设函数 $f(x) = 2x - \ln(x-a), a \in \mathbf{R}$.

- (1) 若 $a = -1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 (2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

16. [2025·安徽蚌埠三模] 已知函数 $f(x) = e^x - a$.

- (1) 若 $a = 1, g(x) = f(x) \cdot \cos x - \sin x$, 讨论函数 $g(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 上的单调性;
 (2) 若 $h(x) = f(x) - x \cos x$ 在 $[0, 2\pi]$ 上有唯一的零点, 求实数 a 的最小值.

17. [2023·北京卷] 设函数 $f(x) = x - x^3 e^{ax+b}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = -x + 1$.

- (1) 求 a, b 的值;
 (2) 设函数 $g(x) = f'(x)$, 求 $g(x)$ 的单调区间;
 (3) 求 $f(x)$ 的极值点个数.



解答题: 本题共 5 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

1. [2025 · 南通四调] 已知函数 $f(x) = ax^2 + 2\cos x (a \in \mathbf{R})$.

(1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上单调递减, 求实数 a 的取值范围.

2. [2024 · 新课标 II 卷] 已知函数 $f(x) = e^x - ax - a^3$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 有极小值, 且极小值小于 0, 求 a 的取值范围.

3. [2025 · 成都三诊] 已知函数 $f(x) = ax^2 + (a-2)x - \ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

(i) 求实数 a 的取值范围;

(ii) 记 $f(x)$ 较小的一个零点为 x_0 , 证明: $x_0 f'(x_0) > -2$.

4. [2022·新高考全国Ⅱ卷] 已知函数 $f(x) = xe^{ax} - e^x$.

(1) 当 $a=1$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $x>0$ 时, $f(x)<-1$, 求实数 a 的取值范围;

(3) 设 $n \in \mathbf{N}^*$, 证明: $\frac{1}{\sqrt{1^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{2^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} > \ln(n+1)$.

5. [2025·湖北宜荆荆恩四校4月模拟] 定义: 若函数 $f(x)$ 的图象上恰好存在相异的两点 P, Q , 满足曲线 $y=f(x)$ 在 P 和 Q 处的切线重合, 则称 P, Q 为曲线 $y=f(x)$ 的“双重切点”, 直线 PQ 为曲线 $y=f(x)$ 的“双重切线”. 已知函数 $f(x) = ax \sin x + b \cos x$.

(1) 当 $a=1, b=0$ 时,

(i) 判断 $f(x)$ 的奇偶性, 并求 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的极值;

(ii) 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内的全部极值点按从小到大的顺序排列为 $a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots$, 求证:

$\frac{\pi}{2} < a_{n+1} - a_n < \pi$.

(2) 当 $a=0, b=1$ 时, 直线 PQ 为曲线 $y=f(x)$ 的“双重切线”, 记直线 PQ 的斜率所有可能的取值为 $k_1, k_2, \cdots, k_n$, 若 $k_1 > k_2 > k_i$

$(i=3, 4, 5, \cdots, n)$, 证明: $\frac{k_1}{k_2} < \frac{15}{8}$.